B. N. C.
FIRENZE
1077
22

1077.22

PROBLEMATA
ALEXANDRI
MARCHETTI.

1077-22

PROBLEMATA

Sex à Leidenſi quodam Geometra

CHRISTOPHORO

SADLERIO

Miſſa; ab hoc verò Germanis, Italiſq; Mathematicis propoſita: reſoluta autem ab

ALEXANDRO MARCHETTI

In Alma Academia Piſana Ordinario Philoſophiæ profeſſore,

Clariſſimoque Viro

ANTONIO MAGLIABECHI

DICATA.

Acceſſerunt in fine bina eiuſdem Alexandri Marchetti Theoremata Geometrica.

PISIS, MDCLXXV.

Typis Io: Ferretti, & Thomę de Pacis.

Superiorum licentia.

Clariſſimo, & Eximio Viro

ANTONIO MAGLIABECHI

S. P. D.

ALEXANDER MARCHETTI.

EX duodecim Problematibus, quę tibi quintò Chalend. Aprilis ab ornatiſsimo Chriſtophoro Sadlerio; mihi verò quintò Ch. Maias à te ipſo tranſmiſſa ſunt, ſex, dimidiam ſcilicet eorum partem, hucuſque nedum reſolui; verumetiam in ijs ip-

ſis reſoluendis longè, ni fallor, plura præſtiti, quam Leidenſis Sadlerij amicus à Mathematicæ Profeſſoribus requiſierit. Cum enim ille, datis quibuſdam conditionibus, triangulum reperire propoſuiſſet, ego primum non vnum eſſe conditiones eiuſmodi habens triangulum, ſed innumera ſex inſequentibus Theorematibus demonſtraui; deinde vero hęc eadem innumera triangula totidem quoque Problematibus reperi. Quoniam autem continuis meis occupationibus, atque grauiſſimis præpeditus ad alia ſex, quæ ſuperſunt Proble-

mata

IV

mata reſoluenda mentem aduertere in præſenti minime poſſum, hærebam anceps num hæc interim publici iuris facerem, cum mihi mane redditæ ſunt à Tabellario ſuauiſſimæ tuæ litteræ, quibus me etiam, atq; etiam rogas, vt ea, nulla prorſus mora interpoſita, prælo committam. Morem itaq; tibi gero, teq; viciſſim enixè flagito, vt hoſce qualescumq; conatus meos boni conſulas, eoſq; cum inprimis ipſi ornatiſſimo Sadlerio, tum alijs quoq; Tranſalpinis, Italiciſq; Mathematicis, quibus cum omnibus arctiſſimo amicitię vinculo colligaris, impartiri

non dedigneris. Vale Vir doctiſſime, & eruditiſſime, teque D. O. M. ob commune litteratorum omnium bonum diù ſeruet incolumem.

PISIS, nono Idus Maij M DC LXXV.

Ami-

Amico, & beneuolo Lectori Geometræ.

S. P. D.

PAucorum dierum ſpatio hanc tibi, amiciſſime Lector Geometra, lucubratiunculam confecimus partim, vt non nullis Clariſſimis Viris, meique itidem amantiſſimis rem gratam facerem, partim quoq; vt genio meo, qui in hæc ſtudia propenſiſſimus feror, obſequerer. Occaſio ſcriptionis ſumpta eſt ab Epiſtola, quam Chriſtophorus Sadlerius Auguſta Vindelicorum ad Eruditiſſimum Virum Antonium Magliabechi, vnà cum Problematibus, Florentiam miſit: eam verò hic Epiſtolam cum ipſis Problematis edendam curauimus, vt paulo tibi liquidius de hac mea molitione ratio conſtaret. Dimidiam Problematum partem, vt id per anguſtiam temporis licuit, attigimus. Meum interim tibi obſequendi ſtudium, ſeu potius conatum libens amplectere. Vale.

Eruditiſſimo Viro

ANTONIO
MAGLIABECHI

S. P. D.

CHRISTOPHORUS

SADLERIUS.

A Leidenſi quodam Amico hæc incluſa Problemata fuerunt in eum finem mihi tranſmiſſa, vt cum Ger-

ma-

maniæ, tum Italiæ Matheſeos Profeſſoribus communicarem. Sed, vt illud facilè, ita hoc mihi perdifficilè, cum neminem Italorum nouerim, cuius id opitulatione præſtem. Mihi relatum te æque eruditum, ac officioſum eſſe. Quamobrem ad te confugio, præſertim, vt vnam, vel alteram ex hiſce paginis SERENISSIMO, & REVERENDISSIMO CARDINALI MEDICEO deferas. Ignoſcas, amabò, ſi quem de facie numquam noueris, tecum audeat præcibus agere; cunctis enim

aures benignè præbere tuum eſt. Vale.

AVGVSTÆ Vindel: quintò Chalendas Aprilis: M DC LXXV.

Geometra poſt Tabulam latens, quæ ſequuntur Problemata Matheſeos Profeſſoribus reſoluenda proponit.

1 DAta differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet alterutrum laterum circa verticem ad differentiam eorumdem, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

2 Data differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet laterum aggregatum circa verticem ad lineam aliquam datam, datoq; alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

3 Data differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet aggregatum laterum circa verticem recta data multatum ad rectam aliquam itidem datam, datoq; alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

4 Data differentia ſegmentorum, baſeos, vnà cum ratione, quam habet differentia laterum circa verticem ad alterutrum laterum; datoq; alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

5 Data differentia ſegmentorum, baſeos, vnà cum ratione, quam habet laterum aggregatum circa verticem ad alterutrum è lateribus, datoq; alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

6 Data differentia ſegmentorum, baſeos, vnà cum ratione, quam habet rectangulum ſub lateribus circa verticem ad datum planum, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

7 Data differentia ſegmentorum, baſeos, vnà cum ratione, quam habet quadratum vnius è lateribus circa verticem auctum rectangulo ſub ijſdem, vel plano vtcumque eiuſdem multiplici ad quadratum alterius lateris, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

8 Data differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet quadratum lateris alterutrius circa verticem ad rectangulum ſub aggregato ex differentia prædicta, & latere minori, & ſub eadem quoque differentia, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

9 Data differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet quadratum aggregati ex prædicta differentia, & latere alterutro circa verticem ad exceſſum, quo idem ſuperat quadratum prædictæ differentiæ, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulũ.

10 Data differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet aliquota pars rectanguli ſub lateribus circa verticem datum planum aſſumens ad aliud datum itidem planum, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

11 Data differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet

bet aggregatum quadratorum è lateribus circa verticem ad datum planum, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

12 Data differentia ſegmentorum baſeos, vna cum ratione, quam habet quadratum aggregati laterum circa verticem aſſumens datum planum ad datum itidem planum, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

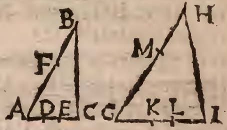
LVGDVNI BATAV.

Ex Officina Iohannis Elſeuirij Academiæ Typographi.
M DC LXXV.

Prop. 1. Theor. 1.

Non vnum, ſed innumera eſſe triangula, quorum eadem ſegmentorum baſeos differentia, eadem ratio alterutrius lateris circa verticem ad differentiam inter ipſum, & reliquum latus, idemq; angulus ad baſim.

Eſto triangulum A B. C, cuius differentia ſegmentorum baſeos D E; differentia



verò laterũm A B, B C ſit F B; ratio autem alterutrius lateris ad prædictã differentiam ea, quam habet C B, ad B F, & angulus deniq; ad baſim C A B. Aio eiuſmodi conditiones non tantũmodo triangulum A B C, ſed infinita quoq; alia triangula habere poſſe.

Sumatur enim recta K L æqualis ipſi D E, extendaturque K L indefinitè ad vtraſque partes, & ſumantur in ipſa ſecundum quamlibet longi-

tudinem L I, K G æquales, ac ſupra totam G I, quæ non iam vnam tantum rectã repreſẽtabit, ſed infinitas, omnes ſcilicet maiores ipſa K L, conſtruatur triangulum G H I, ſimile dato A B C.

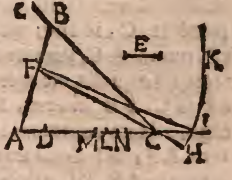
Quoniam propter ſimilitudinem triangulorum A B C, G H I, vt latus A B ad latus B C, ita eſt latus G H ad latus H I, eſtque latus A B maius latere B C, ergo & latus G H maius erit latere H I. Secetur iam G M ęqualis ipſi H I, itaut differentia laterum G H, & H I ſit M H. Quoniã igitur, vt A F ad B C, ita G M ad H I (eſt enim vtraq; ratio ęqualitatis) rurſuſque, vt C B ad B A, ita I H ad H G, propter triangulorum ſimilitudinem, ex æquali ergo ordinata, vt A F ad A B, ita eſt G M ad G H, & inuertendo, & diuidendo, & iterum inuertendo, vt A F, hoc eſt C B ad B F, ita G M, hoc eſt I H ad H M. Habet itaque triangulum G H I, ſegmentorum baſeos differentiam K L æqualem differentiæ datæ D A, proportionem lateris I H, ad late-

rum

rum differentiam H M eamdem cum data proport ione lateris C B ad datam laterum different iam B F, & angulum I G H æqualem dato angulo C A B; repreſentat autem triangulum G H I non vnicum triangulum, ſed infinita, tot videlicet, quot ſumi poſſunt rectę maiores, quam L K, ergo patet propoſitum.

Prop. II. Theor. II.

NOn vnum, ſed innumera eſſe triangula, quorum eadem differentia ſegmentorum baſeos, eadem ratio aggregati laterum circa verticem ad lineam aliquam datam, idemque angulus ad baſim.



Eſto triangulum A B C, cuius differentia ſegmentorum baſeos A D, ratio aggregati laterum A B, B C ad aliquam rectam

datam E, & datus ad baſim angulus B A C. Dico triangula eiuſmodi habentia conditiones eſſe infinita.

In latere A B, ſumatur quodlibet punctum F, extenſaq; in directum C B, ſecetur B G, æqualis ipſi B F. Deinde ducatur F C, & extendatur indefinitè ad partes C, ſeceturq; ex ipſa F H, quæ ſit æqualis ipſi G C, & centro F, interuallo F H, deſcribatur circulus H I K, cuius circumferentia ſecet rectam A C indefinitè extenſam ad partes C in puncto I; ducatur autem tandem I F.

Quoniam in triangulo A B C, bina latera F B, B C ſimul ſumpta, recta ſcilicet G C, ſeu F H, maiora ſunt, quam F C, ergo circumferentia circuli H I K neceſſariò ſecat A C vltra punctum C, id eòq; recta A I maior eſt, quam A C. Præterea quoniam recta F I æqualis eſt rectæ F H, hoc eſt G C, F B ſcilicet, & B C ſimul, ergo, addita communi F A, erunt latera A F, F I ſimul æqualia ſummæ laterum A B, B C, adeòq; ad datam E eamdem habebunt proportionem:

baſis

baſis autem H I, ita nullo negocio diuidi poterit, vt ſegmentorum differentia ſit ęqualis ipſi D A, ſi videlicet ſecetur bifariam in puncto L, & ſumantur L M, & L N, quarum vtraq; ſit æqualis medietati ipſius A D, eſtque demum in triangulis A B C, & A F I idem angulus B A C, & B A I, neque triangulum A F I vnicum triangulum repręſentat ſed infinita, tot videlicet, quot ſunt puncta, quę ſumi poſſunt in recta A B, ergo patet propoſitum.

Prop. III. Theor. III.

Non vnum, ſed innumera eſſe triangula, quorum eadem differentia ſegmentorum baſeos, eadem ratio aggregati laterum circa verticem recta data multati ad rectam aliquam itidem datam, idemq; angulus ad baſim.

Elicitur id nullo negocio ex Theoremate ſecundo; cum enim in eodem diagrammate ſumma laterum A B, B C æqualis ſit ſummæ laterum A F, F I, iam liquet, quod, multatis com-

muniter prædictis ſummis recta aliqua data, vtputa E, erunt reſidua ad rectam aliam itidem datam in eadem proportione.

Prop.IV. Theor.IV.

NOn vnum, ſed innumera eſſe triangula, quorum eadem differentia ſegmentorum baſeos, eadem ratio differentiæ laterum circa verticem ad alterutrum laterum, idemque angulus ad baſim.

Conſtat hoc facilè ex Theoremate primo; repetito enim eodem ſchemate, ſi latus C B ad differentiam B F eſt, vt latus I H ad differentiam H M, erit quoque inuertendo, vt differentia F B ad latus B C, ita differentia M H ad latus H I.

Prop.V.Theor.V.

NOn vnum, ſed infinita eſſe triangula, quorum eadem differentia ſegmentorum baſeos, eadem ratio aggregati laterum circa verticem ad alterutrum

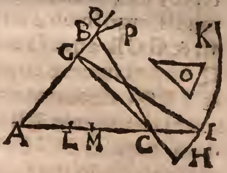
trum è lateribus, idemque angulus ad baſim.

Palam eſt hoc, ex Theoremate primo; cum enim in eadẽ figura, vt A B ad B C, ita ſit G H ad H I, erit & coniungendo, vt A B, ſimul cum B C ad B C, ita G H, ſimul cum H I ad H I.

Prop. VI. Theor. VI.

N*On vnum, ſed infinita eſſe triangula, quorum eadem differentia ſegmentorum Baſeos, eadem ratio rectanguli ſub lateribus circa verticem ad datum planum, idemque angulus ad baſim.*

Eſto triangulum A B C, cuius differentia ſegmentorum baſeos L M, ratio rectanguli ſub lateribus A B, B C ad planum O; angulus autem ad baſim B A C. Aio triangula



gula

gula huiuſmodi habentia conditiones eſſe infinita.

Vel angulus A B C eſt rectus, vel obtuſus, vel acutus. Sit igitur primò acutus, & extendatur A B in Q: eritq; iam angulus C B Q obtuſus. Fiat modo ad punctum B ſupra rectam A Q angulus C B P æqualis angulo C B A, & ad punctum C ſupra rectam C B fiat rurſus angulus B C G, qui & minor ſit angulo A C B, & non maior angulo P B Q. Et quoniam tam bini anguli G B C, C B Q ſimul ſumpti, quam tres anguli B G C, G C B, C B G ſimul ſumpti ſunt æquales duobus rectis, proindeque etiam inter ſe, eſtque angulus G B C communis, ergo ſumma angulorum B G C, & G C B æqualis erit angulo C B Q, hoc eſt ſummæ angulorum C B P, & P B Q: eſt autem angulus G C B, non maior angulo P B Q, ergo reſiduus angulus B G C erit non minor reſiduo angulo P B C, hoc eſt angulo G B C, ideòque latus B C non minus latere G C. Fiat nunc, vt G A ad A B, ita C B ad G H, iam G H maior

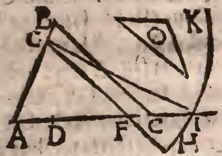
crit,

erit, quam B C, ac propterea maior quoque, quam G C, ex quo patet, quod, ſi centro G, interuallo autem G H, deſcribatur circulus H I K, & extendatur E C indefinitè ad partes C, hæc ſecabitur à circumferentia H I K vltra punctum C, verbi gratia in puncto I. Ducatur iam recta G I. Quoniam, vt latus G A ad latus A B, ita eſt latus B C ad rectam G H, ad latus ſcilicet G I, ergo rectangulum ſub lateribus A G, G I æquale eſt rectangulo ſub lateribus A *B*, *B* C, ideòque huiuſmodi rectangula habent ad datum planum O eamdem proportionem; eſt autem in triangulis A-B C, A G I angulus A communis, & baſis A *I*, ex ſuperius demonſtratis, poteſt facilè ita diuidi, vt ſegmentorum differentia ſit æqualis ipſi L M, ac triangulum denique A G I non vnum, ſed infinita triangula repræſentat, tot videlicet, quot anguli ſupra rectam B C conſtrui poſſunt ad punctum C minores angulo A C B, & non maiores angulo Q B P. Ergo patet propoſitum.

 Ali-

Aliter vniuerſalius.

ESto triangulum A B C, cuius data differentia ſegmentorum baſeos A D, datus ãgulus B A C, & data ratio rectanguli ſub lateribus A B, & B C ad planum O. Dico triangula eiuſmodi habentia conditiones eſſe infinita.



Sumatur in baſi A C vel punctum D, vel quodlibet vltra ipſum verſus C, vtputa F, & extendatur F G parallela lateri C B, fiatque, vt G A ad A B, ita B C ad G H, quæ idcircó erit maior, quam B C, ideòque multo etiam maior, quam F G. Iam verò centro G, interuallo G H, deſcribatur circulus H I K, cuius circumferentia neceſſariò ſecabit baſim A C productam, ſi opus fuerit, indefinitè in aliquo puncto vltra punctum F ad partes C. Secet itaque in puncto I, &

& connectatur recta G I. Iam trianguli A G I baſis A I diuidi ita poteſt ex ſuperius demonſtratis, vt differentia ſegmentorum ſit æqualis ipſi A D (eſt enim A I maior quam A F, ideòque multò etiam maior, quam A D) angulus autem G A I idem eſt, ac *B* A C, cumque ſit G A ad A *B*, vt *B* C ad G H, hoc eſt G I, erit rectangulum ſub lateribus A G, G I æquale rectangulo ſub lateribus A *B*. *B* C, ideòque vtrumque horum rectangulorum habebit eamdem proportionem ad planum O; triangulum verò A G I non vnum, ſed infinita triangula repræſentat, tot videlicet, quot puncta ſumi poſſunt in linea D C, ergo patet propoſitum.

Prop. VII. Prob. I.

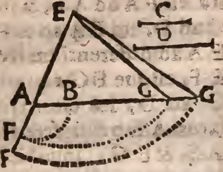
Data differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet alterutrum laterum circa verticem ad differentiam eorumdem, datoque alterutro angulorum ad baſim, & triangulum, & innumera eiuſmodi haben-

 tia

tia conditiones triangula *reperire*.

Eſto data ſegmentorum baſeos differentia A *B*, data ratio alterutrius laterum circa verticem ad differentiam eorumdem C ad D, datusque angulus ad baſim E A *B*. Aio fieri poſſe propoſitum.

Extendatur E A ad partes A, ſeceturque A F non minor, quam A *B*, & fiat, vt D ad C, ita F A ad A E; centro autem E, interuallo E-F, deſcribatur circulus F-G, cuius circumferentia



ſecabit A *B* indefinitè extenſam ad partes *B*, v.g., in puncto G; quod primò, oſtendam cadere vltra punctum *B*. Quia enim A F ſupponitur non minor, quam A *B*, ſit primò æqualis, & centro A, interuallo A F, fiat circulus F *B*. Palam eſt iam eius peripheriam tranſire per punctum *B*, adeòq; circumferentiam circuli, cuius ra-

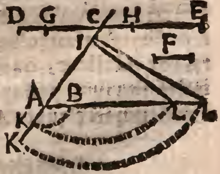
dius F E, maior ſcilicet, quam F A, neceſſariò tranſituram vltra prædictum punctum *B*, & eo magis etiam vltra idem punctum tranſituram cum F A maior ſumitur, quam A *B*. Tranſeat igitur per punctum G, conſtat G A maiorem eſſe quam A *B*, proptereaq; ſecari ita poterit ipſa G A, vt differentia ſegmentorum ſit A I *B*. Quoniam autem, vt D ad C, ita eſt F A ad A E, & inuertendo, vt C ad D, ita E A ad A F, recta ſcilicet E A ad differentiam rectarum E A, & E F, eſtque E G æqualis E F, ergo, vt C ad D, ita eſt in triangulo E A G latus A E ad differentiam laterum A E, & E G; angulus autem E A G idem eſt, ac datus angulus E A *B*, neque triangulum A E *B* vnum tantum repreſentat triangulum ſed innumera, tot videlicet, quot in E A recta indefinita ſumi poſſunt portiones A F non minores quam A *B*, ergo, &c.

Prop. VIII. Prob. II.

D*Ata differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione; quam habet laterum aggregatum circa verticem ad lineam aliquam datam, datoque alterutro angulorum ad baſim, & triangulum*, & innumera eiuſmodi habentia conditiones triangula *reperire*.

Eſto data differentia A *B*, ratio data D E ad F; datus verò angulus C A *B*. Dico fieri poſſe propoſitum.

Quoniam laterum aggregatum debet ad datam rectam F eamdem habere proportionē, quam D E ad eamdem F, ergo D *E*, & prædictum aggregatum ęqualia ſunt; eſt autem laterum aggregatum maius quam baſis, ideòque



longè

longè etiam maius, quam differentia ſegmentorum baſeos, quæ ſupponitur eſſe A *B*, ergo & D E maior erit quam A *B*. Secetur itaque ex D E portio D G, quæ ſit æqualis ipſi A *B*, & diuidatur G E in H, itaut G H non ſit minor, quam H E: deinde verò ex recta A C indefinita ſecetur A I æqualis ipſi H E, extenſaque I A ad partes A ſecetur I K, ęqualis ipſi H D, eritq; I K non ſolū maior, quā H E, ſeu quā A I; ſed excedet quoq; ipsā exceſſu non minori, quam D G, ſeu quam A *B*, proptereaq; A K, vel æqualis, vel maior erit, quam ſit A *B*. Sit primò ęqualis, ac centro A, interuallo A K, deſcribatur circulus, cuius circumferentiā conſtat neceſſariò tranſire per punctum *B*, ex quo ſequitur, quod, ſi centro I, interuallo I K, alius circulus deſcribatur, tranſibit illius peris phęria vltrà punctum *B*, ſecabitque rectam A *B* indefinitè extenſam, verbi gratia, in puncto L, proindèque erit A L, maior, quam A *B*, adeòque multò etiam maior cum A K maior eſt eadem A *B*. Connectatur iam recta

I L, itaut compleatur triangulum A-I L. Dico triangulum A I L eſſe quęſitum.

Quoniam A L maior eſt, quam A B, conſtat ipſam ita ſecari poſſe, vt ſegmentorum differentia ſit A B, rurſuſque conſtat aggregatum laterum A-I, I L, æquale eſſe aggregato recta-rum A I, I K, ſummæ ſcilicet E H, H D, ideòque toti D E, ac idcircò eamdem ad datam F habere rationem datam: eſt autem vnus ex angulis trianguli I A L datus angulus C A B, neque triangulum A I L vnicum repræſentat triangulum, ſed innumera; tot videlicet, quot in G E ſumi poſſunt portiones G H non minores, quam A E, ergo, &c.

Prop.IX.Prob.III.

D*Ata differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet laterum aggregatum circa verticem recta data multatum ad rectam aliquam itidem datam, datoque alterutro angulorum ad baſim, & triangulũ*, & in-

nume-

numera eiuſmodi habentia conditiones triangula *reperire*.

Soluitur hoc Probl. III. eadem prorſus conſtructione, eademque ferè demonſtratione, qua Probl. II.

Prop. X. Prob. IV.

D*Ata differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet differentia laterum circa verticem ad alterutrum laterum, datoque alterutrò angulorum ad baſim, & triangulum,* & innumera eiuſmodi habentia conditiones triangula *reperire*.

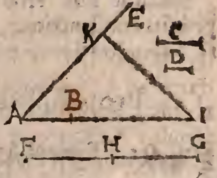
Soluitur hoc Problema V. eadem prorſus conſtructione, eademq; ferè demonſtratione qua Problema I.

Prop. XI. Prob. V.

D*Ata differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet laterum aggregatum circa verticem ad alterutrum è lateribus, datoq; alterutro angulorum ad baſim, & triangulum,* & innumera eiuſmodi habentia con-

ditiones triangula *reperire*.

Eſto diffe-rentia ſeg-mentorum baſéos A *B*, data ratio, quam habet laterum ag-gregatum ad alterutrú



è lateribus C ad D, angulus datus E A *B*. Aio fieri poſſe propoſitum.

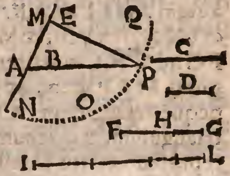
Quoniam, vt laterum aggregatum ad alterutrum è lateribus, ita ſupponitur C ad D, ergo C eſt maior quam D, vt C igitur ad D, ita fiat F G ad eius portionem G H, quæ vel erit æqualis ipſi H F, vel inæqualis. Sit primò æqualis, & extenſa recta A B in directum ad partes B, ſumatur quælibet eius portio A I maior, quam A B, & ad punctum I ſupra rectam A I fiat angulus A I K æqualis angulo E A B.

Quoniam laterum aggregatum ad alterutrum è lateribus in eadem ratione eſſe ſupponitur, in qua eſt C ad

D, ſeu F G ad G H; ſunt autem F H, H G ęquales ideòq; F G dupla eſt ipſius G H, ergo & laterũ aggregatũ duplum eſt alterutro latere, ac idcircò latera ipſa æqualia erunt, proptereaq; datus ad baſim angulus E A B erit acutus, pariterque acutus quoque angulus A I K, atque adeò rectæ A E, & I K concurrent, verbi gratia, in puncto K, complebuntq; triangulum A I K, quod iam dico eſſe quæſitum.

Quia enim baſis A I, maior eſt, quam A B, ergo, vt ex præcedentibus notum eſt, poteſt A I ita ſecari, vt ſegmentorum differentia ſit A B. Rurſus quoniam anguli K A I, A I K ſunt æquales, ergo & latera A K, K I ęqualia erunt, atque adeò eorum ſumma ad alterutrum I K, vel K A eamdem habebit proportionem, quam F G ad G H, eamdem ſcilicet, quam C ad D; eſt autem angulus K A I idem ac datus E A B, neque triangulum K A I vnicum triangulum ſed innumera triangula repræſentat, tot videlicet, quot ſummi poſſunt rectæ A I maiores, quam A B ergo, &c.

Sint ſecundò F H, H G inæquales, & ſumantur, ſi opus fuerit, tales earum æquemultiplices I K, K L, vt defectus, vel exceſſus ipſius I K ſupra K L non ſit minor, quam A B: minori



autem ipſarum, puta K L, ſecetur ex A E extenſa, ſi opus fuerit, indefinitè ad partes E æqualis portio M A, rurſuſque ex eadem recta E A extenſa indefinitè ad partes A ſecetur portio M N, quæ ſit æqualis ipſi K I, tandemque, centro M, interuallo verò M N, deſcribatur circulus N O P Q, cuius peripheria ſecabit rectam A B indefinitè extenſam ad partes B vltra punctum B; eſt enim exceſſus ipſius I K, hoc eſt M N, ſupra K L, hoc eſt M A, non minor, quam A B. Secet itaque in puncto P, & compleatur triangulum M A P. Dico iam hoc eſſe quæſitum.

Quo-

Quoniam baſis A P maior eſt, quam A B, ergo poterit ita ſecari, vt differentia ſegmentorum ſit A B: eſt autem, vt I L ad L K, ſumma videlicet N M, ſeu P M, & M A, ad M A, vt F G ad G H, C videlicet ad D, eſtq; angulus M A P idem, ac datus E A B, neque triangulum A M P vnicum triangulum, ſed innumera triangula repræſentat, tot videlicet, quot ſumi poſſunt I K, K L æque multiplices ipſarum F H, H G, itaut defectus, vel exceſus ipſius I K ſupra K L non ſit minor quam A B, ergo, &c.

Scholion.

NOtandum, quod, ſi F H non maior, ſed minor fuerit quam H G, tunc ſecta A M æqualis ipſi F H, vel, ſi opus fuerit, ipſi I K; M N verò ipſi H G, vel, ſi opus fuerit, ipſi K L, completoque, vt ſupra, triangulo M A B, ſumma laterum M A, M P non quidem ad M A, ſed ad M P eamdem habebit proportionem, quam C

ad D, vt, vel leuiter conſideranti, eſt manifeſtum.

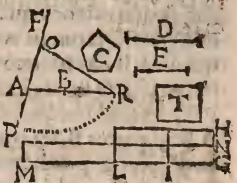
Prop. XII. Probl. VI.

DAta differentia ſegmentorum baſeos, vnà cum ratione, quam habet rectangulum circa verticem ad datum planum, datoque alterutro angulorum ad baſim, & triangulum, & innumera eiuſmodi habentia conditiones triangula *reperire*. Oportet autem datum planum vel eſſe rectilineum, vel ſaltem notæ quadraturæ.

Eſto differentia ſegmentorum baſeos A B, datum planum C vel rectilineum, vel ſaltem notæ quadraturæ, vt eſſet, exempli gratia, vel Paraboles, vel Hyppocratis Chij Lunula; ratio autem rectanguli ſub aggregato laterum ad planum C ea ſit, quam habet recta D ad rectam E; angulus verò datus eſto F A B. Aio fieri poſſe quæſitum.

Quoniam planum C ſupponitur notæ quadraturæ, fieri ergo poteſt re-

rectangulum illi æquale. Fiat igitur, & ſit G H I. Deinde, vt D ad E, ita fiat L G ad G L, & baſi G L, altitudine verò G



H, compleatur rectangulũ L H, quod ad rectangulum G H I eamdem habebit proportionem, quam L G ad G I, ſeu, quam D habet ad E. Præterea baſis L G talis multiplex G M, ſi opus fuerit, accipiatur, qualis requiritur, vt & G M non ſit minor dupla A B, & pars ipſius H G, puta G N, quæ in eadem ſit ratione ad H G, in qua eſt L G ad G M non ſit maior, quam A B, & compleatur rectangulum M N.

Inſuper ex A F, indefenitè extenſa ad partes F, ſecetur A O æqualis ipſi G N, quæ idcircò non erit maior, quam A B, rurſusque, producta indefinitè A B ad partes A, ſecetur ex

illa

illa O P, quæ ſit æqualis ipſi G M, adeòque non minor, quam dupla A B, erit portio proindè A P non minor, quam A B, ac idcircò ſi, centro O, interuallo O P, deſcribatur circulus P R, extendaturque indefinitè recta A B ad partes B, ſecabitur hæc à circumferentia prædicti circuli vltra punctum B, verbi gratia in puncto R, proptereaq; maior erit A R, quam A B. Iam verò ducatur O R, complens triangulum A O R. Dico hoc eſſe quæſitum.

Quoniam baſis A R maior eſt, quam A B, ergo, vt in præcedentibus demonſtrauimus, poterit hæc ita ſecari, vt ſegmentorum differentia ſit A B. Ruſsus, vt ſe habet L G ad G M, ita N G ad G H, ergo rectangulum M N, ſeu ſub A O, O P, hoc eſt rectangulū ſub lateribus A O, O R, æquale eſt rectangulo L H, ideòq; ad rectangulum G H I, ad planum ſcilicet datum C, eamdem habet proportionem, quam D ad E; eſt autem angulus O A R idem ac datus angulus F A B, neque triangulum A O R vnicum

trianguli, ſed innumera triangu la repræſentat, tot videlicet, quot ſumi poſſunt M G tales multiplices ipſius G L, quales requiruntur, vt & ipſæ non ſint minores dupla A B, & partes ipſius A G, puta G N, quæ in eadem ſint ratione ad H G, in qua eſt L G ad G M, non ſint maiores quam A B, ergo, &c.

Scholion.

Condictio vltima à nobis addita propoſitioni problematis præcedentis ideò euincitur neceſſaria, quia ſine ipſa aut impoſſibilem eſſe quæſitam problematis ſolutionem, aut iam cognitam, nedum circuli; ſed cuiuscumque figuræ planæ quadraturam fatendum eſt, quod nullus, reor, qui Geometriam vel à limine ſalutauerit ne ſomniare quidem audebit. Cognitam inquam cuiuscumque figuræ planæ quadraturam; cum enim rectangulum ſub lateribus A E, O R eamdem debeat ad

planum C rationem habere, quam D ad E; poſſit autem, vt D ad E, ita fieri idem rectangulum ſub AO, OR, verbi gratia, ad quadratum T, conſtat iam quadratum T æquale futurum dato cuilibet plano C.

Appendix.

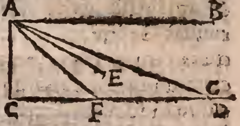
His præoſtenſis, grauiſſimis, vt ab initio quoq; præfatus ſui, atque continuis occupationibus diſtentus, manus ab hoc opuſculo iam amoueram, cum præcibus ad vim vſq; repetitis ornatiſſimi cuiuſdam, & amantiſſimi mei diſcipuli ex ſatis multis Geometricis propoſitionibus, quas iamdudum liberaliter cum illo communicaui, quaſque, ſi maiora aliquando mihi Deus fecerit otia, in publicam lucem prodire ſinam, vnum ſaltem, atque alterum Theorema occaſione iſta in ceterorum ſpecimen evulgare coactus ſum. Facio itaque, teq., lector humaniſſime, oro atque obſecro, vt dum ego plura tibi lon-

longè pollice or, his tu interim hilari, ſerenaque fruaris mente, meoſque in communem ſtudioſorum vtilitatem labores numquam intermiſſos libenter excipias.

Theor. I.

SI recta linea indefinitè indirectum producta parallelarum vnam ſecuerit, ſecabit & alteram.

Sunto binæ rectæ, æquidiſtantes A B, C D; ſecet autem recta A E rectam A B. Aio rectam A E indefinitè extenſam ſecare etiam rectã C D. Ducatur A C perpendicularis ipſi C D, ſumaturque C F æqualis ipſi A C, & connectatur recta A F, quæ vel erit eadem cum A E, & ſic A E concurret in F cum C D, vel



ſe-

ſecabit angulum C A F, atque adeò, ſi indefinitè producatur diſpeſcet quoque rectam C F, hoc eſt C D, vel denique cadet vltra ipſam A E, & tunc ſecetur F G æqualis ipſi F A, rurſuſque alia ex G D ſecetur, quæ ſit æqualis ipſi A G, & hoc ſemper repetatur.

Quoniam angulus A C F rectus eſt, æqualia autem ſunt bina latera A C, C F, adeòque anguli C A E, A F C pariter æquales, ergo vterque horum angulorum eſt ſemirectus: eſt autem angulus A F C duplus angulo F A G (externus enim in triangulo iſoſcelio A F G) ergo cum ex angulo C A B, qui rectus eſt, auferatur medietas, ſemirectus ſcilicet angulus C A F, rurſuſque ex reſiduo angulo ſemirecto F A B auferatur medietas, quarta ſcilicet recti pars F A G, & hoc ſemper repetatur, relinquetur denique angulus minor angulo C A E. Eſto iam eiuſmodi angulus B A G. Cadet itaque recta A E intra triangulum C A G, ideòque, extenſa indefinitè, neceſſariò ſecabit illius baſim

C G, rectam ſcilicet C D. Quod erat, &c.

Corollarium.

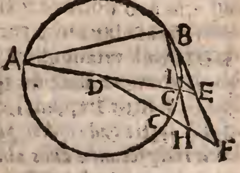
HInc nullo prorſus negotio elicitur, quod Euclides in primo libro Elementorum inter poſtulata, ſiue, vt alij potius exiſtimant, inter axiomata collocauit; reclamantibus tamen ferè omnibus magni nominis Mathematicis Euclide ipſo iunioribus. Elicitur inquam, quod, *ſi duo anguli interni ad eaſdem partes eiuſdem lineæ rectę ſecantis duas alias rectas fuerint minores duobus rectis angulis, illæ rectæ lineæ productæ triangulum conſtituent.*

Theor. II.

REctæ circulum tangentes eo maiorem rationem habent ad rectarum ſecantium portiones extra circulum ab earumdem tangentium terminis diremptas,

ptas, quo tangentes ipſæ minores ſunt.

Eſto circulus A B C, cuius centrum D, tangentes B E, B F; B E autem minor, quam B F, ducaturq; per punctum E, & per centrum D ſecans E D abſcindens circuli peripheriam in puncto G, pariterq; per punctum F extendatur ſecans F D circumferentiam circuli abſcindens in puncto C. Aio tangentem B E ad ſecantis portionem E G in maiori eſſe ratione, quam tangens B F ad ſecantis portionem F C.



Compleatur circuli diameter G D A, ductisque rectis A B, B G, extendatur in directum B G donec ſecet C F in puncto H, tandemque per punctum E agatur E I parallela ipſi F H, quæ neceſſariò ſecabit, & angulum B E G, & rectam G B, verbi

gra-

gratia, in puncto I, & quoniam in tri-
angulo A B G rectus eſt angulus A-
B G, eſt enim in ſemicirculo, ergo
angulus B G A acutus erit, ideòque
angulus B G E obtuſus. Angulus
itaque G I E acutus, proindèque mi-
nor prædicto angulo B G E, ac idcir-
cò in triangulo I E G latus I E maius
E G. Erit igitur ipſius B E ad E G ma-
ior ratio, quam eiuſdē B E ad E I, hoc
eſt, quam B F ad F H (eſt enim, pro-
pter parallelas E I, F H, triangulum
B E I ſimile triangulo B F H) ac pro-
pterea longè adhuc maior erit ratio
ipſius B E ad E G, quam B F ad F C,
quod erat, &c.

Mon-

Monitum.

SCias velim, amiciſſime Lector Geometra, hoc Theoremate præmiſſo, tolli prorſus difficultatem, quæ à rem ſaltem minus attentè conſideranti opponi poſſet vni ex alioquin admirandis, ac propemodum diuinis propoſitionibus celeberrimi, ac numquam ſatis laudati GALILEI, vt ipſemet, ſi Deus faxit, commodiore occaſione planum faciam.

99 358939

Z 1077, 22

51

1077, 22

MC